

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa/parziale di Matematica Generale (CdL. EF)
Dott. Giovanni Masala – luglio 2024



Domanda 1 (punti 3).

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \log(5-x) \cdot \log\left(\frac{x+1}{x+3}\right)$$

Dominio	$E = (-\infty, -3) \cup (-1, 5)$
Positività	$P = (-\infty, -3) \cup (4, 5)$
Intersezioni	$A(4; 0) \quad B(0; -\log 3 \cdot \log 5)$

Domanda 2 (punti 3).

Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{3x^2 - 2x} - \sqrt{3x^2 + 4x - 5})$ e $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 - x^2 - 6x}{e^{3x^2 + 6x} \cdot x + 2}$

Soluzioni	$-\sqrt{3}; 10/13$
-----------	--------------------

Domanda 3 (punti 3).

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = \frac{x+1}{x-3} + 4x - 1$

Derivata prima	$f' = \frac{4(x^2 - 6x + 8)}{(x-3)^2} \quad E = \mathbb{R} \setminus \{3\}$
Estremi	$M(2; 4) \quad m(4; 20)$ cresce in $(-\infty, 2) \cup (4, +\infty)$

Domanda 4 (punti 3).

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = x \cdot \log(9 - x^2)$

Derivata prima	$f' = \frac{2x^2}{x^2 - 9} + \log(9 - x^2) \quad E = (-3, 3)$
Derivata seconda	$f'' = \frac{2x \cdot (x^2 - 27)}{(x^2 - 9)^2}$
Insieme di convessità Flessi	$F(0; 0);$ convessa in $(-3, 0)$

Domanda 5 (punti 2).

Determinare gli asintoti della funzione: $f(x) = \frac{-2x^4 + x^3 + 3x^2 + 4}{(x+1) \cdot (x^2 - 4)}$

Dominio	$E = \mathbb{R} \setminus \{-2, -1, 2\}$
As. verticali	$x = -2, x = -1$ e $x = 2$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = -2x + 3$

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:



Domanda 6 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):

$$\int_0^2 \left(\frac{4x+1}{2x-8} \right) dx \quad \text{e} \quad \int x^2 \cdot e^{\frac{4-x}{2}} dx$$

Integrale definito	primitiva: $2x + \frac{17}{2} \log(2x-8)$ $4 - \frac{17}{2} \log 2 \approx -1,8917$
Integrale indefinito	$-2e^{\frac{4-x}{2}} \cdot (x^2 + 4x + 8) + c$

Domanda 7 (punti 3, 4*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} 3x + k \cdot y + z = 2 \\ k \cdot x + k \cdot y - 2z = 1 \\ x + k \cdot y + 4z = -4 \end{cases}$$

Compatibilità	$k = 0; 5$: incompatibile $k \neq 0; 5$: sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{-7}{k-5}; y = \frac{12k+17}{3k \cdot (k-5)}; z = -\frac{2(3k-8)}{3(k-5)}$

Domanda 8 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = x^2 + 4x \cdot y - 4x + 2y^2 - 2y + 1$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = 2x + y = 3$.

Derivate parziali	$f_x = 2x + 4y - 4 \quad f_y = 4x + 4y - 2$
Estremi liberi	$S(-1; 3/2) \quad z = 3/2 \quad H = -8$
Estremi vincolati	$m(6; -9) \quad \lambda = -14 \quad z = -23$ $H = -2$

Domande teoriche.

- 1) Il teorema degli zeri per funzioni continue (punti 2, 4*)
- 2) Procedimento per la ricerca dei punti di flesso (punti 2, 4*)
- 3) Il teorema di Barrow-Torricelli: enunciato e dimostrazione (punti 2, 4*)

*Punteggi solo II parte contrassegnati con *.*